Formulario di Elettromagnetismo

Costanti fisiche

$\varepsilon_0 = 8.8542 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2} = 8.8542 \cdot 10^{-12} \frac{F}{m}$
$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Tm}{A} = 1.2566 \cdot 10^{-6} \frac{H}{m}$
$e = 1.6022 \cdot 10^{-19}\, C$
$m_e = 9.1094 \cdot 10^{-31}\, kg\, C$ (elettrone)
$m_p = 1.6726 \cdot 10^{-27}\, kg\, C$ (protone)

CARICHE PUNTIFORMI

Legge di Coulomb

$$\vec{F}_{q_1 \to q_2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)^2} \cdot \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|}$$

$$\vec{F}_{q \to q_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q q_0}{r^2} \hat{r}$$ [$\hat{r}$ è il versore che va da q a q_0]

Principio di sovrapposizione

$$\vec{F}_{TOT \to q_0} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_{q_i \to q_0} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_i q_0}{r_i^2} \hat{r}_i$$

Campo Elettrostatico: $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$

Campo Elettrostatico di una carica puntiforme:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

Principio di sovrapposizione

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$$

CARICHE DISTRIBUITE

$$\vec{E}(\vec{P}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{dq}{r^2} \hat{r}$$ [$\hat{r}$ è il versore che va da dq a $\vec{P}$]

LAVORO della forza elettrica

$$L_{A \to B} = \int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{s} = q_0 \int_{C_1} \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$d\vec{s}$ è lo spostamento infinitesimo sulla curva C_1 che rappresenta il cammino (o dominio) di integrazione.

Se il cammino di integrazione è costituito da una curva chiusa Γ (circuitazione) si ha:

$$L_C = \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{s} = q_0 \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Differenza di potenziale elettrostatico

$$V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Potenziale elettrostatico di una carica puntiforme:

$$V(r) = V_r - V_\infty = -\int_\infty^r \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

Potenziale elettrostatico di sistema di cariche puntiformi (principio di sovrapposizione):

$$V(r) = \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i}$$

Differenza di energia potenziale elettrostatica per una carica q_0 nel campo elettrico $\vec{E}$

$$L_{A \to B} = q_0 \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = -q_0[V_B - V_A] = -[U_B - U_A]$$

- $L_{A \to B}$: lavoro della forza elettrostatica per portare la carica q_0 da A a B.
- $L_{est}(A \to B) = -L_{A \to B}$: lavoro fatto dall'esterno per portare la carica q_0 da A a B.

Energia potenziale elettrostatica di un sistema di cariche puntiformi:

$$U(sistema) = \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} \frac{q_i q_j}{4\pi\varepsilon_0 r_{ij}}$$

Potenziale elettrostatico generato da una distribuzione di carica continua:

$$V(\vec{P}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{dq}{r}$$

Flusso del campo elettrico attraverso una superficie aperta A qualsiasi:

$$\Phi(\vec{E}) = \int_A \vec{E} \cdot d\vec{\Sigma}$$ [$d\vec{\Sigma} = \hat{u}_n d\Sigma$]

Flusso del campo elettrico attraverso una superficie <u>chiusa</u> Σ : legge di GAUSS

$$\oint_\Sigma \vec{E} \cdot d\vec{\Sigma} = \frac{Q_\Sigma}{\varepsilon_0}$$

[Q_Σ è la carica totale contenuta nella superficie <u>chiusa</u> Σ]

DERIVAZIONE del campo $\vec{E}$ dal potenziale

$$\vec{E} = -\boldsymbol{grad}(V) = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}, \frac{\partial V}{\partial y}, \frac{\partial V}{\partial z}\right)$$

CAPACITA' DI UN CONDENSATORE: $C = \frac{Q}{\Delta V}$

- Condensatore Piano: $C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$
- Condensatore Sferico: $C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$
- Condensatore Cilindrico: $C = 2\pi\varepsilon_0 \frac{L}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}$

Condensatori in serie: $\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{C_i}$

Condensatori in parallelo: $C_{eq} = \sum_{i=1}^{N} C_i$

Energia immagazzinata in un condensatore:

$$U = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}CV^2$$

Densità di energia elettrostatica: $u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$

Energia del campo elettrostatico immagazzinata in un volume finito V**:** $U = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \int_V E^2 \cdot dV$

dV : elemento infinitesimo di volume

- nel caso di simmetria sferica: $dV = 4\pi r^2 dr$
- nel caso di simmetria cilindrica: $dV = 2\pi r L dr$
  L: lunghezza (o altezza) del cilindro

Legge di Ohm microscopica: $\vec{J} = \sigma\vec{E} = \frac{1}{\rho}\vec{E}$

Corrente elettrica: $i = \frac{dq}{dt} = \int_A \vec{J} \cdot d\vec{\Sigma}$

[$d\vec{\Sigma} = \hat{u}_n d\Sigma$; A : superficie aperta]

Legge di Ohm: $i = \frac{V}{R}$

con $R = \rho\frac{l}{A}$

l : lunghezza del conduttore

A : sezione del conduttore

Resistenze in serie: $R_{eq} = \sum_{i=1}^{N} R_i$

Resistenze in parallelo: $\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{R_i}$

Potenza elettrica: $\mathcal{P} = \frac{dL}{dt} = iV = Ri^2 = \frac{V^2}{R}$

Lavoro: $L = \int_0^t \mathcal{P} dt = \int_0^t Ri^2\, dt$

Leggi di Kirchhoff

- legge dei nodi: $\sum i_{entranti} = \sum i_{uscenti}$
- legge delle maglie: $\sum_{i=1}^{N} V_i = 0$

Forza di Lorentz : $\vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B}$

Forza magnetica agente su un filo percorso da corrente:

- tratto di filo infinitesimo: $d\vec{F} = i\, d\vec{l} \times \vec{B}$
- tratto di filo di lunghezza L : $\vec{F} = i\,\vec{L} \times \vec{B}$

Legge di Biot-Savart: $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{i d\vec{l} \times \hat{u}_r}{r^2}$

Legge di Ampère: $\oint_\Gamma \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum i_c$

$d\vec{l}$: spostamento infinitesimo sulla curva *chiusa* Γ che è il cammino (o dominio) di integrazione.

i_c: correnti concatenate da Γ

Campo $\vec{B}$ prodotto da:

- filo rettilineo indefinito: $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$
  (r distanza dal filo)
- solenoide rettilineo di N spire e lunghezza L:
  $B = \frac{\mu_0 N I}{L}$
- solenoide toroidale di N spire, raggio interno R_1 e raggio esterno R_2:
  $B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}$ con $R_1 < r < R_2$
- spira circolare di raggio R nei punti del suo asse z:

$$B(z) = \frac{\mu_0 I}{2}\frac{R^2}{(z^2+R^2)^{3/2}}$$

con $B(z=0) = \frac{\mu_0 I}{2R}$

Flusso del campo $\vec{B}$ attraverso una superficie aperta A qualsiasi:

$\Phi(\vec{B}) = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{\Sigma}$ [$\vec{\Sigma} = \hat{u}_n d\Sigma$]

Flusso del campo $\vec{B}$ attraverso una superficie <u>chiusa</u> Σ : legge di GAUSS per il campo magnetico

$\oint_\Sigma \vec{B} \cdot d\vec{\Sigma} = 0$ [$d\vec{\Sigma} = \hat{u}_n d\Sigma$]

Legge di Faraday:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} = -\frac{d}{dt}\int_A \vec{B} \cdot d\vec{\Sigma}$$

Induttanza: $L = \frac{\Phi(\vec{B})}{i}$

Energia magnetica immagazzinata in un'induttanza: $U = \frac{1}{2}Li^2$

Densità di energia del campo $\vec{B}$: $u = \frac{1}{2\mu_0}B^2$

Energia del campo $\vec{B}$ immagazzinata in un volume finito V**:** $U = \frac{1}{2\mu_0}\int_V B^2 \cdot dV$

corrente di spostamento:

$$i_s = \varepsilon_0 \frac{d\Phi(\vec{E})}{dt} = \varepsilon_0 \frac{d}{dt}\left\{\int_A \vec{E} \cdot d\vec{\Sigma}\right\}$$

con [$d\vec{\Sigma} = \hat{u}_n d\Sigma$; A : superficie aperta]

Leggi di Maxwell

I. $\oint_\Sigma \vec{E} \cdot \hat{u}_n d\Sigma = \frac{Q_\Sigma}{\varepsilon_0}$

II. $\oint_\Sigma \vec{B} \cdot \hat{u}_n d\Sigma = 0$

III. $\oint_\Gamma \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}$

IV. $\oint_\Gamma \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left(i_c + \varepsilon_0 \frac{d\Phi(\vec{E})}{dt}\right)$