UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI GENOVA — SCUOLA POLITECNICA

FISICA GENERALE — Sede di La Spezia —

Prova scritta del 15 Luglio 2020 in "regime di Covid-19"

Mostrare i passaggi principali in modo conciso, leggibile, con i risultati numerici finali in unità del sistema internazionale (SI) ed <u>espressi con due cifre significative</u>. Gli elaborati che presenteranno risultati non giustificati non formalmente corretti e/o in una grafia non comprensibile <u>non saranno corretti</u>.

ME1

Si consideri una massa puntiforme m a contatto con una molla di costante elastica k compressa di una lunghezza Δx rispetto alla sua lunghezza a riposo (vedi figura 1). Ad un certo istante si rimuove il fermo che tiene compressa la molla ed il corpo m viene lanciato su di un piano senza attrito alla fine del quale impatta in modo completamente anelastico con un secondo corpo puntiforme di massa M, inizialmente in quiete, appeso ad una fune ideale. A seguito della collisione i due corpi attaccati iniziano ad oscillare. Si calcoli l'altezza massima h rispetto al piano orizzontale da essi raggiunta.

[Dati: $M = 2 \cdot m; m = 200\ g, k = 600\ N/m; \Delta x = 5\ cm$].

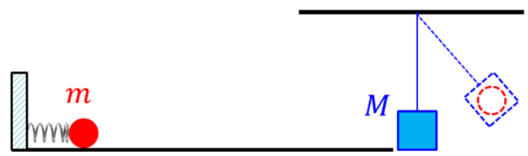


Figura 1

ME2

Un corpo formato da 3 aste omogenee uguali di massa M e lunghezza ℓ saldate a formare parte di un quadrato (vedi lo schema di figura 2), vengono appese nel punto O a $(1/4)\ell$ dall'estremo A della prima asta. Calcolare l'angolo che l'asta AB forma in condizioni di equilibrio. <u>Osservazione</u>: il risultato <u>numerico finale</u> è indipendente dai valori numerici assunti dai parametri M ed ℓ. <u>Suggerimento</u>: lo studente consideri la posizione del CM nella struttura non ruotata e la posizione da esso assunta nella posizione finale di equilibrio (vedi figura 2).

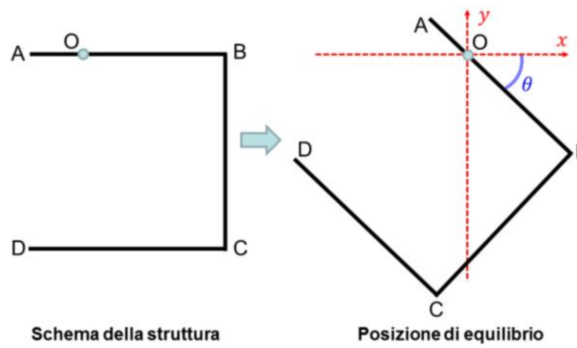


Figura 2

EM1

Si consideri un piano indefinito di spessore infinitesimo costituito di materiale uniformemente carico con densità di carica superficiale σ. Il campo elettrico da esso generato nel semispazio con x positivo vale $\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{u}_x$.

Si calcoli il lavoro della forza elettrostatica per portare una carica q dal punto $A(d,0)$ al punto $C(2d,2d)$ utilizzando il cammino $A \to B \to C$ rappresentato in figura 3 dalla linea tratteggiata sapendo che il punto B ha coordinate $(d, 2d)$.

[Dati:$d = 11\ cm$;$\sigma = 3.0 \cdot 10^{-8} C/m^2$;$q = 1.5 \cdot 10^{-8} C$]

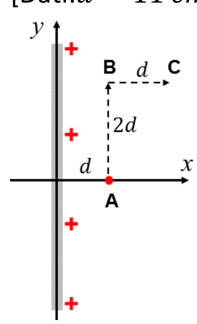


Figura 3

EM2

Un filo percorso da una corrente costante i è costituito da tre tratti rettilinei radiali e due tratti curvilinei (vedi figura 4). Il tratto curvilineo esterno è costituito da un arco di circonferenza di raggio R che sottende un angolo $\widehat{BOC} = \theta_1$ mentre il tratto interno è costituito da un arco di circonferenza di raggio $R/2$ che sottende un angolo $\widehat{DOE} = \theta_2$. Si calcoli modulo, direzione e verso del campo magnetico generato da tutto il filo nel punto O.

[Dati: R=1 cm; $\theta_1 = \frac{3}{4}\pi$; $\theta_2 = \pi$; $i = 3\ A$]

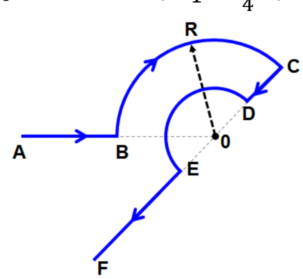


Figura 4

Costanti utili: $g = 9.81\ m/s^2$, $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}\ \frac{C^2}{Nm^2}$ e $\mu_0 = 1.26 \cdot 10^{-6}\ \frac{Tm}{A}$.

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI GENOVA –SCUOLA POLITECNICA
FISICA GENERALE I - Sede di La Spezia –Prova del 15/07/2020

SOLUZIONI

I valori intermedi non saranno arrotondati, i valori finali saranno arrotondati a 2 cifre significative. Nelle soluzioni useremo $g = 9.81\ m/s^2$, G=6.673·10^{-11} $m^3/(kg \cdot s^2)$, $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}\ F/m$ e $\mu_0 = 1.26 \cdot 10^{-6}\ H/m$.

ME1

Non vi sono forze dissipative quindi è possibile calcolare la velocità di m subito prima dell'urto tramite la conservazione dell'energia meccanica: $\frac{1}{2}k\Delta x^2 = \frac{1}{2}mv^2$ da cui $v = \sqrt{\frac{k\Delta x^2}{m}} = \Delta x\sqrt{\frac{k}{m}}$

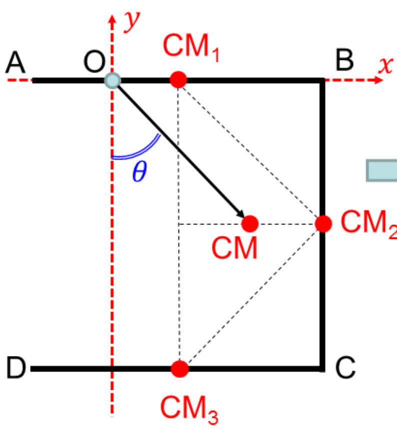
L'urto è completamente anelastico. Poiché i due corpi non sono soggetti a forze orizzontali, la quantità di moto lungo il piano si conserva. Pertanto la velocità delle due masse attaccate subito dopo l'urto vale: $mv = (m + M)V$

$mv = (m + M)V$ da cui: $V = \frac{1}{3}v = \frac{1}{3}\sqrt{\frac{k\Delta x^2}{m}}$

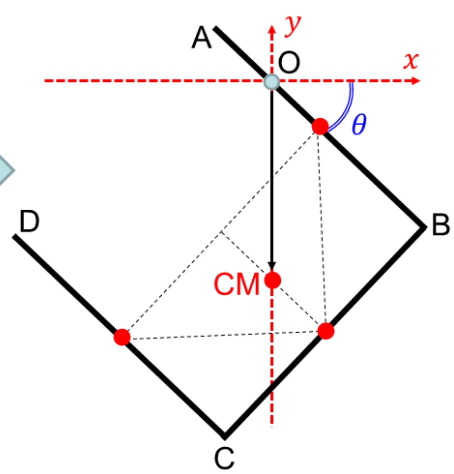
Subito dopo l'urto il due corpi sono soggetti alla sola forza di gravità (conservativa) pertanto è possibile utilizzare la conservazione dell'energia per determinare l'altezza massima da essi raggiunta:

$\frac{1}{2}(m + M)V^2 = (m + M)gh$ da cui $h = \frac{1}{2g}V^2 = \frac{1}{2g} \cdot \frac{1}{9}\frac{k\Delta x^2}{m} = \frac{1}{18g}\frac{k\Delta x^2}{m} \cong 0.0425\ m \cong 0.043\ m$

ME2



Schema della struttura



Posizione di equilibrio

Metodo: calcoliamo la posizione del CM del sistema non ruotato (vedi figura qui sopra). Il vettore posizione del CM ci definisce pertanto l'inclinazione che la sbarra AB assumerà rispetto all'asse orizzontale nella posizione di equilibrio che coincide con il CM allineato con l'asse verticale (y).

Posizione del CM nella struttura non ruotata:

$$x_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^{3} m_i x_i}{\sum_{i=1}^{3} m_i} = \frac{+M\frac{\ell}{4}+M\left(\frac{\ell}{4}+\frac{\ell}{2}\right)+M\frac{\ell}{4}}{3M} = \frac{\frac{\ell}{4}+\frac{3\ell}{4}+\frac{\ell}{4}}{3} = \frac{5\ell}{12}$$

$$y_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^{3} m_i y_i}{\sum_{i=1}^{3} m_i} = \frac{0+M\left(-\frac{\ell}{2}\right)+M(-\ell)}{3M} = \frac{-3\frac{\ell}{2}}{3} = -\frac{\ell}{2}$$

$$\tan\theta = \frac{x_{CM}}{|y_{CM}|} = \frac{\frac{5\ell}{12}}{\frac{\ell}{2}} = \frac{5}{6} \qquad \theta = \tan^{-1}\left(\frac{5}{6}\right) \approx 39.8056° \approx 40°$$

EM1

$$L = \int_A^C q\vec{E}\, d\vec{s} = q\left[\int_A^C \vec{E}\, d\vec{s}\right] = q\left[\int_A^B \vec{E}\, d\vec{s} + \int_B^C \vec{E}\, d\vec{s}\right] = q\left[\int_B^C \vec{E}\, d\vec{s}\right].$$

infatti $V(B) - V(A) = -\int_A^B \vec{E}\, d\vec{s} = 0$ perché A e B appartengono alla stessa superficie equipotenziale.

Ragionamento alternativo: $d\vec{E} \perp d\vec{s}$ quindi l'integrale di linea da A a B è sempre nullo.

$$L = q\left[\int_B^C \vec{E}\, d\vec{s}\right] = q\left[\int_B^C \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{u}_x \cdot \hat{u}_x dx\right] = q\left[\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\int_d^{2d} dx\right] = \frac{q\sigma d}{\varepsilon_0} \approx 5.4906 \cdot 10^{-6}\, J \approx 5.5\ \mu J.$$

EM2

Si consideri la legge di Biot-Savart $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{id\vec{l} \times \hat{u}_{r'}}{r'^2}$.

Metodo: si deve applicare la legge di Biot-Savart riscritta rispetto ad un sistema di coordinate cilindriche $\hat{u}_r, \hat{u}_\theta, \hat{u}_z$ con centro in O ed asse z uscente dal piano del foglio (figura 4 del testo).

Per i tratti curvilinei si ha:

$$d\vec{B}_{BC} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{id\vec{l} \times \hat{u}_{r'}}{r'^2} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \cdot \frac{(-Rd\theta\hat{u}_\theta) \times (-\hat{u}_r)}{R^2} = -\frac{\mu_0 i}{4\pi} \cdot \frac{d\theta}{R} \cdot \hat{u}_z$$

da cui $\vec{B}_{BC}(0) = -\int_0^{\frac{3\pi}{4}} \frac{\mu_0 i}{4\pi} \cdot \frac{d\theta}{R} \cdot \hat{u}_z = -\frac{\mu_0 i}{4\pi R} \cdot \frac{3\pi}{4} \cdot \hat{u}_z = -\frac{3\mu_0 i}{16R} \cdot \hat{u}_z$

$$d\vec{B}_{DE} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{id\vec{l} \times \hat{u}_{r'}}{r'^2} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \cdot \frac{\left((R/2)d\theta\hat{u}_\theta\right) \times (-\hat{u}_r)}{(R/2)^2} = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \cdot \frac{d\theta}{R} \cdot \hat{u}_z$$

da cui $\vec{B}_{DE}(0) = +\int_0^{\pi} \frac{\mu_0 i}{2\pi} \cdot \frac{d\theta}{R} \cdot \hat{u}_z = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \cdot \pi \cdot \hat{u}_z = \frac{\mu_0 i}{2R} \cdot \hat{u}_z$

$$\vec{B}_{TOT}(0) = \vec{B}_{BC}(0) + \vec{B}_{DE}(0) = -\frac{3\mu_0 i}{16R} \cdot \hat{u}_z + \frac{\mu_0 i}{2R} \cdot \hat{u}_z = +\frac{5\mu_0 i}{16R} \cdot \hat{u}_z$$

$$\left|\vec{B}(0)\right| \approx 1.1781 \cdot 10^{-4} T \approx 0.12\ mT$$

<u>Osservazione</u>: si è stato tenuto conto della direzione della corrente con $d\vec{l}$ (<u>non</u> con gli estremi di integrazione, che in tal caso vanno sempre dal valore minimo al valore massimo).